



識別結果に対する説明能力を持つファジィ識別器 の進化型多目的設計

石淵久生

大阪府立大学大学院工学研究科知能情報工学分野
〒599-8531 大阪府堺市中区学園町1-1

Evolutionary Multiobjective Design of Fuzzy Rule-Based Classifiers with Explanation Ability for Their Classification Results

Hisao Ishibuchi

Department of Computer Science and Intelligent Systems, Graduate School of Engineering,
Osaka Prefecture University, 1-1 Gakuen-cho, Nakaku, Sakai, Osaka 599-8531, Japan

概要

意思決定支援システムとして利用される場合での識別器は、入力パターンを正しく識別するだけでなく、識別結果が得られた理由を利用者に明確に説明する必要がある。すなわち、意思決定支援システムに求められるのは、高い識別能力だけではなく、個々の識別結果に対する高い説明能力である。本研究では、ファジィ識別器に高い説明能力を持たせるための設計方法を議論する。まず、識別結果に対する説明能力を定量的に評価する方法を提案する。次に、識別能力最大化と説明能力最大化を同時に行うために、ファジィ識別器の設計を多目的設計問題として定式化する。最後に、ファジィ識別器の多目的設計に関する今後の研究方向を示す。

1. はじめに

一般に、識別器の性能は、未知パターンに対する汎化能力で評価される。そのため、学習に基づく識別器の設計では、学習用データに過剰適合することなく、未知パターンに対する高い汎化性能を実現することが重要となる。文字認識や画像認識など識別器の代表的な応用分野では、高い汎化能力を持つ識別器を設計するための様々な方法が提案されている。このような応用分野では、大量の入力パターンを短時間で効率的に正しく識別することが重要である。

一方、識別器がビジネスや医療などの分野で意思決定支援システムとして利用される場合では、入力パターンを正しく識別するだけでなく、識別結果が得られた理由を利用者にわかりやすく説明することが必要となる。すなわち、利用者が行う意思決定を支援するために、高い識別能力に加えて、識別結果に対する高い説明能力が求められる。意思決定者は、識別器による識別結果および識別結果の理由を考慮して最終的な意思決定を行うことになる。複数の識別器から異なる識別結果が得られた場合でも、個々の識別結果の理由が与えられていれば、意思決定者は複数の識別器を有効に活用した意思決定を行うことができる。

サポートベクターマシンやニューラルネットワーク等のブラックボックス型非線形識別器と比較した場合でのファジィ識別器の最大の特徴は、識別器の理解しやすさである[1]-[3]。これは、人間が容易に理解できるIf-Then形式のファジィルールでファジィ識別器が構成されているからである。ファジィ識別器で用いられるファジィルールは、例えば、If x_1 is large and x_2 is large then Class 1 や If x_1 is small and x_2 is small then Class 2 のように言語的に解釈可能であることが多い[4]。

識別器の理解しやすさは、識別器全体を利用者が容易に理解できるかどうかに関する識別器の全体的な性質であり、Interpretabilityという単語を使って説明されることが多い。近年、ファジィ識別器のInterpretabilityに関する研究が活発に行われている。これは、ファジィ識別器の最大の特徴であるInterpretabilityに様々な要因が関係しているからである。例えば、ルール数やルール長などの複雑性に関連する要因に加えて、条件部ファジィ集合の数や形状、隣接する条件部ファジィ集合との重なり度合、個々のファジィルールの形式、ファジィ推論の方法など様々な要因がInterpretabilityと密接に関連している。さらに、Interpretabilityは、利用者の

知識や経験に依存した主観的な尺度であるとも考えられる。そのため、ファジィ識別器の理解しやすさを評価する絶対的な定量的尺度の構築は困難であるが、Interpretabilityに対するアンケート調査なども含めて、様々な観点から定量化の方法が提案されている[5]-[10]。

一般に、少数の単純なファジィルールで構成されているファジィ識別器は、Interpretabilityは高いが識別能力は低い。逆に、多数の複雑なファジィルールで構成されているファジィ識別器は、識別能力は高いがInterpretabilityは低い。このように、ファジィ識別器の設計において、Interpretabilityと識別能力は何らかのトレードオフ関係にある。そのため、進化型多目的最適化手法を用いたファジィ識別器の多目的設計に関する研究も盛んに行われている[11]-[18]。

ファジィ識別器全体の理解しやすさを示す Interpretability に対して、識別結果の説明能力は、個々の識別結果に関連した評価尺度である[19]。そのため、両者は密接に関連しているが、高い説明能力は必ずしも高い Interpretability を必要としない。例えば、多数のファジィルールから構成されている大規模なファジィ識別器では、識別器全体を理解することは簡単ではない。しかし、個々のファジィルールが単純で理解しやすい場合では、識別結果に対する高い説明能力を持つことは可能である。もちろん、一般には、高い Interpretability を持つファジィ識別器は高い説明能力を持ち、Interpretability が低い場合は説明能力も低い場合が多い。

高い Interpretability は、利用者による識別器の理解という観点だけではなく、設計者による識別器の設計や修正、調整という観点からも有用である。例えば、ブラックボックス型識別器と比較した場合、Interpretability の高いファジィ識別器では、状況の変化に応じたファジィルールの追加や削除などが容易であると思われる。すなわち、利用者による識別器の理解が必要でない応用分野においても、Interpretability が重要であることも考えられる。特に、誤識別パターンに対する識別理由は、識別器の修正に対して有益な指針を与えられると思われる。

一方、利用者が最終的な意思決定を行うような分野で重要である説明能力は、大量のデータが自動的に処理される文字認識や画像認識などの分野での重要性は低いと思われる。もちろん、誤識別されたパターンに対する識別理由を

識別器の性能向上に利用することは可能であると思われるが、大量のデータが利用可能であるため、個々のパターンの識別結果の理由に設計者や利用者が興味を持つことは稀であると思われる。さらに、文字認識や画像認識では、設計者や利用者が個々のパターンを識別することは容易であるため、識別結果に対する説明を必要とする状況は少ないと思われる。

利用者が最終的な意思決定を行う医療やビジネスの分野において識別器が意思決定支援システムとして用いられる場合では、識別結果に対する説明能力の重要性は高い。もちろん、現在の状況に対して正しい意思決定を行うためには、高い識別性能を持つ識別器を利用することが前提条件であるが、利用者の意思決定を支援するためには、識別結果が得られた理由を明確に説明できることが重要である。このような説明能力は、現在の状況に対して正しい意思決定を行うだけでなく、意思決定に対する利用者の知識を増やすという観点からも重要である。さらに、識別器の設計や改良という観点からも重要となる。

本研究では、識別結果に対する高い説明能力を持つファジィ識別器の設計方法を議論する。まず、2章においてファジィ識別器を簡単に説明する。次に、3章において識別結果に対する説明能力の定式化を試みる。4章では、識別性能最大化と説明能力最大化を目的としたファジィ識別器の多目的設計を多目的最適化問題として定式化する。最後に、5章において今後の研究方向を議論したあと、6章で本研究のまとめを行う。

2. ファジィ識別器

本研究では、正規化された n 次元空間 $[0,1]^n$ での M クラス識別問題に対するファジィ識別器の設計を考えることにする。識別器の設計を行うための学習用データとして、 m 個の n 次元ベクトル $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})$, $p = 1, 2, \dots, m$ が与えられているとする。この識別問題に対して、本研究では、以下のファジィルールを用いる。

Rule R_q : If x_1 is A_{q1} and ... and x_n is A_{qn}
then Class C_q with CF_q , $q = 1, 2, \dots, |S|$ (1)

ここで、 R_q はルールのラベル、 q はルールの番号、 x_i は i 番目の属性値、 A_{qi} は条件部ファジィ集合、Class C_q は結論部クラス、 CF_q はルールの

重み, S はファジィ識別器, $|S|$ はファジィ識別器に含まれるルール数である.

式(1)のファジィ識別器 S に入力パターン $x_p = (x_{p1}, x_{p2}, \dots, x_{pn})$ が提示された場合, まず, 個々のファジィルール R_q の条件部 A_q に対する x_p の適合度が積演算により計算される.

$$\mu_{A_q}(x_p) = \mu_{A_{q1}}(x_{p1}) \times \dots \times \mu_{A_{qn}}(x_{pn}) \quad \text{for } R_q \in S \quad (2)$$

ここで A_q は条件部ファジィ集合から構成されるファジィベクトル $A_q = (A_{q1}, A_{q2}, \dots, A_{qn})$ であり, $\mu_{A_{qi}}(\cdot)$ は条件部ファジィ集合 A_{qi} のメンバーシップ関数である.

次に, 入力パターン x_p の識別を行うファジィルール $R_w(x_p)$ が以下の式により決定される.

$$CF_{w(x_p)} \times \mu_{A_w(x_p)}(x_p) = \max_{R_q \in S} \{CF_q \times \mu_{A_q}(x_p)\} \quad (3)$$

ここで $w(x_p)$ は, 入力パターン x_p の識別を行うファジィルールのルール番号である.

このように, 入力パターンは, 条件部への適合度とルールの重みとの積が最大となるルールにより識別される. 異なる結論部クラスを持つ複数のルールが同じ最大値を持つ場合には, 入力パターンを単一のクラスに識別することはできない. これは, 識別器により生成される識別境界上に入力パターンが存在することを示す. また, 入力パターンに対して正の適合度を持つルールが存在しない場合でもパターン識別を行うことはできない. これは, 入力パターンが識別器により覆われていないことを示している.

3. 識別結果に対する説明能力

2章で説明したように, 入力パターン x_p は, 単一のファジィルール $R_w(x_p)$ により識別される. そのため, 識別結果の説明にも同じルールが用いられる. 本章では, 図1に示す2次元3クラス識別問題を用いて, 識別結果に対する説明能力に関係する要因について議論する.

図1では, 2次元パターン空間内に各クラス20個のパターンと *small*, *medium*, *large* という条件部ファジィ集合が与えられている. これらの条件部ファジィ集合により, パターン空間は 3×3 ファジィ格子に分割され, 図2(a)に示す9個のファジィルールが生成される. 生成された9個のファジィルールを識別器 S_1 とする. なお, 本研究では, 全てのルールに対して同じ重みを用いることにし, 以下のようにルール重みを省略した記述を用いることにする.

[識別器 S_1 を構成するファジィルール]

- R_1 : If x_1 is *small* and x_2 is *small* then Class 2
- R_2 : If x_1 is *small* and x_2 is *medium* then Class 2
- R_3 : If x_1 is *small* and x_2 is *large* then Class 1
- R_4 : If x_1 is *medium* and x_2 is *small* then Class 2
- R_5 : If x_1 is *medium* and x_2 is *medium* then Class 2
- R_6 : If x_1 is *medium* and x_2 is *large* then Class 1
- R_7 : If x_1 is *large* and x_2 is *small* then Class 3
- R_8 : If x_1 is *large* and x_2 is *medium* then Class 3
- R_9 : If x_1 is *large* and x_2 is *large* then Class 3

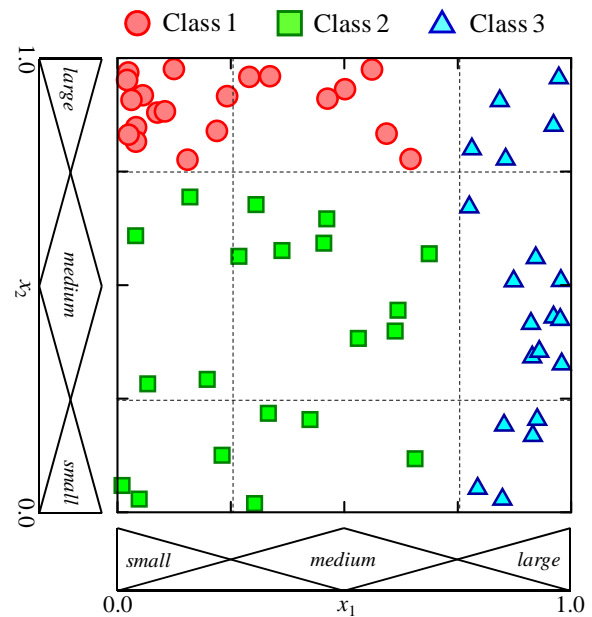


図1 . 2次元3クラス識別問題.

R_3	R_6	R_9	R_3	R_6	
R_2	R_5	R_8	R_2	R_5	R_{789}
R_1	R_4	R_7	R_1	R_4	

(a) 識別器 S_1

(b) 識別器 S_2

R_{36}		R_6	R_9
		R_5	R_8
R_{1245}	R_{789}		

(c) 識別器 S_3

(d) 識別器 S_4

図2 . 個々の識別器に含まれるファジィルール.

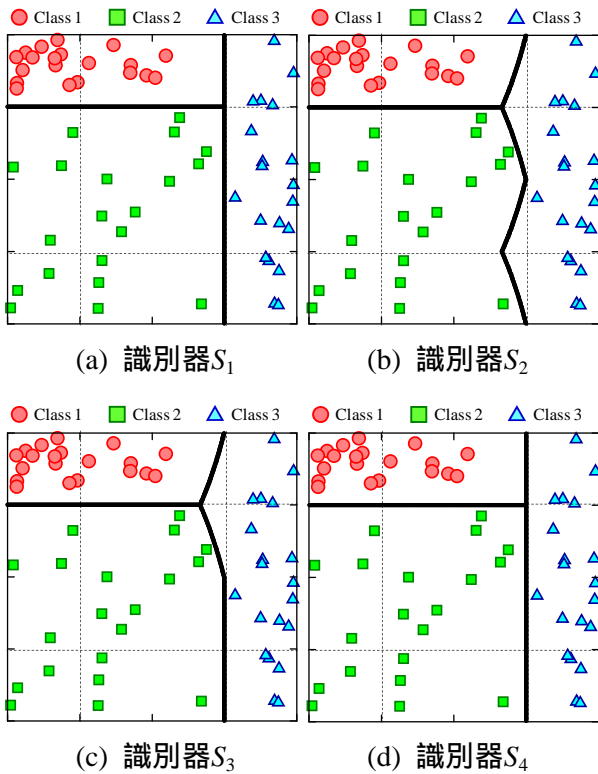


図3 . 個々の識別器により得られた境界線.

識別器 S_1 による識別境界線を図3(a)に示す. この図の識別境界線により, 全てのパターンが正しく識別されていることがわかる. また, 横軸 x_1 の値が大きい場合では, 縦軸 x_2 の値に関係なく, 入力パターンは常にクラス3に識別されることもわかる. そこで, この部分に存在する3個のファジィルール R_7, R_8, R_9 を合併し, 以下のルールを生成する.

R_{789} : If x_1 is large then Class 3

識別器 S_1 のファジィルール R_7, R_8, R_9 を R_{789} に置き換えたものを識別器 S_2 (図2(b)参照)とし, 識別器 S_2 による識別境界線を図3(b)に示す.

ファジィルール R_{789} はファジィルール R_7, R_8, R_9 よりも理解しやすいので, 横軸 x_1 の値が大きい入力パターンがクラス3に識別された場合では, 識別結果に対して高い説明能力を持つ.

識別器 S_1 による識別結果である図2(a)では, 横軸 x_1 の値と縦軸 x_2 の値が large ではない広い領域がクラス2に識別されている. そこで large の否定である NL (not large) を条件部ファジィ集合と考えることで, 4個のファジィルール R_1, R_2, R_4, R_5 を合併し, 以下のルールを生成する.

R_{1245} : If x_1 is NL and x_2 is NL then Class 2

さらに, NL (not large) を用いて, クラス1を

結論部に持つ R_3 と R_6 を以下のようにまとめる.

R_{36} : If x_1 is NL and x_2 is large then Class 1

合併により生成された3個のファジィルール $R_{789}, R_{1245}, R_{36}$ を識別器 S_3 (図2(c)参照)とし, 識別器 S_3 による識別境界線を図3(c)に示す. 図2(c)に示されるように, 識別器 S_3 ではルール数が大きく減少しているため, 識別器全体の複雑性という観点からは高い Interpretability を持つと言える. しかし, 条件部に否定が含まれているファジィルールは, 識別器 S_1 や識別器 S_2 を構成する通常ファジィルールよりも解釈が難しいので, 識別器 S_3 の説明能力は識別器 S_1 や識別器 S_2 と比較して必ずしも高いとは言えない.

識別器 S_1, S_2, S_3 を用いて説明したように, 個々の入力パターンを識別するファジィルールの理解しやすさは, 識別器の説明能力に大きく関係する. そこで, 識別器 S の説明能力の指標を, 個々のルールの Interpretability を用いて, 以下のように定義する.

$$I_1(S, D) = \frac{\sum_{x_p \in D} \text{Interpretability}(R_w(x_p))}{|D|} \quad (4)$$

ここで, D は説明能力を評価する入力パターンの集合, $|D|$ は入力パターンの数, $R_w(x_p)$ は入力パターン x_p の識別に用いられるファジィルール, $\text{Interpretability}(\cdot)$ は個々のルールの Interpretability を示す関数である. 式(4)は, 識別器 S に含まれるファジィルールに対する Interpretability の平均ではなく, 個々の入力ベクトルの識別に用いられるファジィルールに対する平均であるため, 同じ識別器でも集合 D により異なる値となる.

図1に示すように, 個々のファジィルールでは, 互いに重なり合う条件部ファジィ集合が用いられる. そのため, 個々のファジィルールは, 図2に示されている正方形や長方形の領域よりも幅広い範囲を覆っている. 例えば, 識別器 S_1 から5個のファジィルールを取り除いた識別器 S_4 (図2(d)参照)でも識別器 S_1 と同じ識別を行うことができる. 実際, 図3に示すように, 識別器 S_1 と識別器 S_4 は同じ識別境界線を持つ.

識別器 S_4 は識別器 S_1 から半分以上のルールを取り除いたものであるため, 識別器全体を考えた場合では識別器 S_1 よりも高い Interpretability を持っている. しかし, 識別器 S_4 は識別器 S_1 よりも識別結果の説明能力は低い. これは, 入力パターンとの適合度が低いファジィルールが識別に使われるからである. 例えば, パターン

空間の横軸 x_1 と縦軸 x_2 の値が共に小さい原点付近の入力パターンはファジィルール R_5 により識別される。しかし、If x_1 is *medium* and x_2 is *medium* という R_5 の条件部と入力パターンとの適合度が非常に低いため、 R_5 は原点付近の入力パターンに対しては高い説明能力を持たない。

識別器 S_4 から明らかなように、入力パターンとファジィルールの適合度も説明能力に大きな影響を与える要因である。この要因は、識別を行ったファジィルールと入力パターンとの平均適合度として、以下のように定式化される。

$$I_2(S, D) = \sum_{x_p \in D} \mu_{A_w(x_p)}(x_p) / |D| \quad (5)$$

また、個々の入力パターンの識別に使われたファジィルールの正確さも識別結果に対する説明能力に大きく関係すると思われる。ファジィルールの正確さを測る尺度としては、データマイニングの分野で用いられている Confidence や Support などのルール評価尺度の利用が考えられる。また、そのルールが実際に識別を行ったパターンに対する正答率を使うこともできる。本研究では、そのような尺度を組合せることで Accuracy という測度を構成し、説明能力に関する指標を以下のように定義する。

$$I_3(S, D) = \sum_{x_p \in D} \text{Accuracy}(R_w(x_p)) / |D| \quad (6)$$

なお、Accuracy の具体的な定式化に関しては、本研究の範囲外とする。

4. ファジィ識別器の多目的設計

意思決定支援システムとしての利用を想定した場合でも、ファジィ識別器の設計では、入力パターンを正しく識別することが重要である。この尺度は、識別器 S 全体の正確さと考えることができるので、 $A(S, D)$ と表現することにする。識別器 S 全体の正確さとしては、正答率を用いることが多いが、医療診断や経営判断など誤識別のコストが大きく違うような場合では、個々の入力パターンに対して異なるコストを考慮する必要がある。 $A(S, D)$ は、そのようなコストも総合的に考慮した指標とする。

3章で定式化した説明能力に関連した要因および識別器 S 全体の正確さを用いて、4目的最適化問題が以下のように定式化される。

$$\text{Maximize } A(S, D), I_1(S, D), I_2(S, D), I_3(S, D)$$

ファジィ識別器の設計は、この4目的最適化

問題の非劣解を求めることである。

5. 今後の研究方向

本研究では、識別結果に対する説明能力を定式化するために、個々のファジィルールに関する Interpretability や Accuracy の定式化を仮定した。しかし、特に Interpretability の一般的な定式化は困難なので、識別結果に対する説明能力の評価に限定したルールレベルでの定式化を行う必要があると思われる。

また、Accuracy の定式化に関しても、個々のルールを別々に評価する Confidence や Support を用いる場合と識別器のなかで実際に使用された時の正答率を用いる場合との比較や妥当性の検討が必要である。例えば、Confidence が低いファジィルールでも、条件部との適合度が高い入力パターンに限定すると高い正答率を持つことは十分に考えられる。このような場合、Confidence の計算に適合度が高い入力パターンだけを用いるという方法も考えられる。

本研究では、識別結果の説明能力として、個々の入力パターンの識別を行ったファジィルールの説明能力に限定した議論を行った。しかし、識別器全体の理解しやすさや識別能力も何らかの形で識別器の説明能力と関係していると考えられる。そのため、ルールレベルでの評価尺度と識別器レベルでの評価尺度の組合せも今後の課題である。

本研究で定式化した4目的最適化問題に対する効率的な探索方法も今後の課題である。これまで、ファジィ識別器の多目的設計には、進化型多目的最適化アルゴリズムが盛んに利用されてきた。しかし、目的数の増加と共に進化型多目的最適化アルゴリズムの探索効率も急激に悪化する。そのため、探索能力の改善あるいは目的数の削減などの対応が必要であると思われる。

さらに、獲得された多数のファジィ識別器から最終的に1個のファジィ識別器を選択する方法の開発も大きな課題である。進化型多目的最適化の分野では、獲得された非劣解を意思決定者に提示することで、最終的な選好解が選択されることを想定している。しかし、目的数の増加と共に獲得された解集合の視覚化が困難になるだけではなく、獲得される非劣解の数も指数関数的に増加する。そのため、最終的なファジィ識別器の選択は重要な課題である。

最後に進化型多目的最適化アルゴリズムの高速化もファジィ識別器の多目的設計において重要な課題である。特に，大規模データが利用可能な場合では，並列分散等の高速化手法が必要になる[20]。

6. おわりに

本研究では，識別結果に対する説明能力という全く新しい観点からファジィ識別器の多目的設計手法を提案した。これまで，全く考慮されていない観点からの方法論であるため，多くの課題が存在するが，大きな拡張も期待できる。

謝辞

本研究への公益財団法人高柳健次郎財団からの助成に対して，心から謝意を表します。

参考文献

- [1] D. Nauck, R. Kruse: Obtaining interpretable fuzzy classification rules from medical data, *Artificial Intelligence in Medicine*, vol. 16, no. 2, pp. 149-169, June 1999.
- [2] H. Roubos, M. Setnes: Compact and transparent fuzzy models and classifiers through iterative complexity reduction, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 516-524, August 2001.
- [3] J. A. Roubos, M. Setnes, J. Abonyi: Learning fuzzy classification rules from labeled data, *Information Sciences*, vol. 150, no. 1-2, pp. 77-93, March 2003.
- [4] H. Ishibuchi, T. Nakashima, M. Nii: *Classification and Modeling with Linguistic Information Granules: Advanced Approaches to Linguistic Data Mining*, Springer, Berlin, 2004.
- [5] S. Guillaume: Designing fuzzy inference systems from data: An interpretability-oriented review, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 9, No. 3, 426-443, June 2001.
- [6] J. Casillas, O. Cordón, F. Herrera, L. Magdalena (Eds.) *Interpretability Issues in Fuzzy Modeling*, Springer, 2003.
- [7] S. M. Zhou, J. Q. Gan: Low-level interpretability and high-level interpretability: A unified view of data-driven interpretable fuzzy system modelling, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 159, no. 23, pp. 3091-3131, December 2008.
- [8] J. M. Alonso, L. Magdalena, G. González-Rodríguez: Looking for a good fuzzy system interpretability index: An experimental approach, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 51, no. 1, pp. 115-134, December 2009.
- [9] M. J. Gacto, R. Alcalá, F. Herrera: Interpretability of linguistic fuzzy rule-based systems: An overview of interpretability measures, *Information Science*, vol. 181, no. 20, pp. 4340-4360, October 2011.
- [10] H. Ishibuchi, Y. Kaisho, Y. Nojima: Design of linguistically interpretable fuzzy rule-based classifiers: A short review and open questions, *Journal of Multiple-Valued Logic and Soft Computing*, vol. 17, no. 2-3, pp. 101-134, March 2011.
- [11] H. Ishibuchi, T. Murata, I. B. Türksen: Single-objective and two-objective genetic algorithms for selecting linguistic rules for pattern classification problems, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 89, no. 2, pp. 135-150, July 1997.
- [12] H. Ishibuchi, T. Nakashima, T. Murata: Three-objective genetics-based machine learning for linguistic rule extraction, *Information Sciences*, vol. 136, no. 1-4, pp. 109-133, August 2001.
- [13] H. Ishibuchi, T. Yamamoto: Fuzzy rule selection by multi-objective genetic local search algorithms and rule evaluation measures in data mining, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 141, no. 1, pp. 59-88, January 2004.
- [14] H. Ishibuchi, Y. Nojima: Analysis of interpretability-accuracy tradeoff of fuzzy systems by multiobjective fuzzy genetics-based machine learning, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 44, no. 1, pp. 4-31, January 2007.
- [15] P. Pulkkinen, H. Koivisto: Fuzzy classifier identification using decision tree and multiobjective evolutionary algorithms, *International Journal of Approximate Reasoning*, vol. 48, no. 2, pp. 526-543, June 2008.
- [16] P. Ducange, B. Lazzarini, F. Marcelloni: Multi-objective Genetic Fuzzy Classifiers for Imbalanced and Cost-sensitive Datasets, *Soft Computing*, vol. 14, no. 7, pp. 713-728, May 2010.
- [17] R. Alcalá, Y. Nojima, F. Herrera, H. Ishibuchi: Multiobjective Genetic Fuzzy Rule Selection of Single Granularity-Based Fuzzy Classification Rules and its Interaction with the Lateral Tuning of Membership Functions, *Soft Computing*, vol. 15, no. 12, pp. 2303-2318, December 2011.
- [18] M. Fazzolari, R. Alcalá, Y. Nojima, H. Ishibuchi, F. Herrera: A review of the application of multiobjective evolutionary fuzzy systems: Current status and further directions, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 21, no. 1, pp. 45-65, February 2013.
- [19] H. Ishibuchi, Y. Nojima: Toward quantitative definition of explanation ability of fuzzy rule-based classifiers, *Proc. of 2011 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 549-556, Taipei, Taiwan, June 27-30, 2011.
- [20] H. Ishibuchi, S. Mihara, Y. Nojima: Parallel distributed hybrid fuzzy GBML models with rule set migration and training data rotation, *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 21, no. 2, pp. 355-368, April 2013.