制御対象の特徴と位相情報を積極的に用いたロバスト制御系設計法の高性能化に関する研究

群馬大学　工学部　機械システム工学科　助教授
山田　功

1　まえがき

本稿では，制御対象の特徴と位相情報を積極的に用いたロバスト制御系設計法の高性能化に関して検討する．その中でも特に制御対象の特徴を積極的に用いた制御に関してまとめる．制御対象の特徴を利用するためには，安定化補償器のパラメトリゼーションについて検討する必要がある．安定化補償器のパラメトリゼーションは，与えられたシステムを内部安定化する補償器のすべてを求めるという制御問題である．安定化補償器のパラメトリゼーションに関して，これまで多くの研究が発表されている [1, 2, 3, 4, 5, 6]．不安定系に対する安定化補償器のパラメトリゼーションは，Youla, Jabr and Bongiorno と Kucera によって検討されている [1, 2]．どちらの証明も多項式環上で議論され，ほぼ同時期に発表されている．Desoer, Liu, Murray and Saeks は，この問題に対し RH_∞ 上の既約分解を用いた解法を与えている [3]．これらの研究により，不安定なシステムに対する安定化補償器は，全状態フィードバック，全状態観測器と漸近安定な自由パラメータを用いて表されることが明らかにされた．

漸近安定なシステムに対する補償器のパラメトリゼーションは，ケミカル制御の分野でよく知られ，用いられている内部モデル制御 [5] と同じ制御構造を持つことが知られている．これにより，内部モデル制御が特殊な制御構造になっていない，すなわち補償器の構造には制約をつけておらず，漸近安定なシステムに対して内部モデル制御を用いることは自然な方法であることが明らかにされた．

最小位相系に対する補償器のパラメトリゼーションは，Glaria and Goodwin により与えられた [6]．これまで得られた安定化補償器のパラメトリゼーションにおいて，システムが漸近安定の場合には，システムが漸近安定であるという特徴を生かせるパラメトリゼーションが得られていたのに対し，システムが最小位相系の場合には，その特徴が陽に現れたパラメトリゼーションは得られていなかった．これは，最小位相系という特徴を利用した制御系設計がしにくいということにもつながっていたとも考えられる．すなわち，多くの機械系は最小位相系であり，それらの機械系の持つ最小位相特性を陽に利用した制御系設計が困難であった．Glaria and Goodwin により，最小位相系に対するパラメトリゼーションが得られたため，最小位相というシステムの特長を生かした制御系設計がより進むことが期待される．しかしながら，Glaria and Goodwin は，バイプロパーなシステムに対するプロパーな安定化補償器のパラメトリゼーションを与えているが，後でも述べるが完全に得られたとはいえない．さらに，真にプロパーなシステムに対して制御系設計に応用しやすいパラメトリゼーションを与えたであろうか疑問が残る．なぜなら，Glaria and Goodwin の最小位相系に対するパラメトリゼーションにおいては，自由パラメータが漸近安定であることのみならず，分母分子の各係数に等式制約が課せられている．この制約は，補償器がプロパーとなるために加わえられた条件である．すなわち，Glaria and Goodwin のパラメトリゼーションにおいて，漸近安定な自由パラメータを適当に選んだとき，一般には補償器は非プロパーになることを意味する．制御系設計に応用しやすいパラメトリゼーションとしては，これまで発表されたパラメトリゼーション [1, 2, 3, 5] と同様にして，自由パラメータが漸近安定性以外の制約を必要としない形式をとることが望ましい．この観点から考えると，Glaria and Goodwin のパラメトリゼーションは，完全なパラメトリゼーションを得たとは言い難い．

本稿の目的は，この問題を完全に解決する最小位相系に対するプロパーな安定化補償器のパラメトリゼーションを与えることである．まず，Glaria and Goodwin のパラメトリゼーションが持つ問題点を数値例を用いて示す．つぎに，本稿で検討する問題をまとめる．つぎに，バイプロパーな最小位相系と真にプロパーな最小位相系に対するプロパーな安定化補償器のパラメトリゼーションを与える．真にプロパーなシステムに対する安定化補償器のパラメトリゼーションを求めるためには，Glaria and Goodwin の結果から非プロパーな補償器を取り除くことが必要になる．本稿では，Glaria and Goodwin のパラメトリゼーションにおいて，バイプロパーなシステムに対しては，プロパーな補償器のパラメトリゼーションを与えていることに着目し，システムを擬似的にバイプロパーとなるように変更する方法を採用する．すなわち，システムに補助的な補償器を並列に接続し，システムと補助的な補償器を並列結合したものを擬似的なシステムと見なすことにより非プロパーな補償器を除くことができる．補助的な並列補償器を適当に与えても，得られた補償器が元々のシステムを内部安定化するとは限らない．ある条件をみたす補助的な補償器を与えることで，真にプロパーなシステムに対するプロパーな補償器のパラメトリゼーションを完全に与えることができる．条件を満たす補助的な補償器が必ず存在し，構成できることを示す．つぎに，得られたパラメトリゼーションから，最小位相系に対する制御系の一つの特徴を明らかにする．この特徴とは，最小位相系をシステム同定から制御系設計まで行うには，制御対象自身を

システム同定する必要がないということである．制御対象がバイプロパーな場合には，制御対象の逆システムを同定することで，すべての安定化補償器が設計できる．制御対象が真にプロパーな場合には，補助的な補償器が事前に得られているという仮定のもとで，制御対象と補助的な補償器の並列結合系の逆システムをシステム同定することにより，すべての安定化補償器が設計できることを示す．さらに，補助的な補償器が事前に得られているという仮定のもとで，制御対象と補助的な補償器の並列結合系の逆システムをシステム同定することにより，すべての 2 自由度制御系が設計できることを示す．

2 問題の記述

次式で表される制御系を考える．

$$\left\{ \begin{array}{lcl} y & = & G(s)u \\ u & = & -C(s)y \end{array} \right. \tag{1}$$

ここで，$G(s) \in R(s)$ はプロパーな一入力一出力線形時不変最小位相システム，すなわち $G(s)$ は閉右半平面に零点を持たないとし，$C(s) \in R(s)$ は補償器，y は観測出力，u は制御入力とする．

本稿で考える問題は，(1) 式の制御系を内部安定とするプロパーな補償器 $C(s)$ のすべて，すなわち $G(s)$ を内部安定化するプロパーな補償器 $C(s)$ のすべてを求めることである．この問題を考える前に，(1) 式の制御系を内部安定化する補償器のパラメトリゼーションに関して，これまで明らかにされた結果 [6] をまとめ，問題点を指摘する．

補題 1 *(1)* 式の制御系が漸近安定であるための必要十分条件は，補償器 $C(s)$ が

$$C(s) = \frac{1}{Q(s)} - \frac{1}{G(s)} \tag{2}$$

と表されることである．ここで，$Q(s)$ は 0 でない漸近安定な実有理関数である *[6]*. □

注意 1 補題 *1* は，*(1)* 式の制御系が閉右半平面に極を持たないための条件を明らかにしているが，*(1)* 式の制御系が内部安定であるための条件を明らかにはしていない，すなわち，*(1)* 式の制御系において，入出力信号の選び方により決定される伝達関数 $(1+G(s)C(s))^{-1}$，$C(s)\left(1+G(s)C(s)\right)^{-1}$，$G(s)\left(1+G(s)C(s)\right)^{-1}$，$G(s)C(s)\left(1+G(s)C(s)\right)^{-1}$ すべてが閉右半平面に極は持たないが，プロパーであるとは限らないことに注意する． □

本稿では，制御系設計に応用しやすい形式で，(1) 式の制御系を内部安定化するプロパーな補償器のすべてを求める問題を考える．

3 パラメトリゼーション

ここでは，自由パラメータに制約の少ない形式で，(1) 式の制御系を内部安定化するプロパーな補償器のすべてを求める問題を検討する．

まず，参考文献 [6] では完全には求められていない，$G(s)$ がバイプロパーなときに (1) 式の制御系を内部安定化する補償器のパラメトリゼーションを与える．$G(s)$ がバイプロパーなとき，(1) 式の制御系を内部安定化するプロパーな補償器のパラメトリゼーションに関してつぎの定理が成り立つ．

定理 1 $G(s)$ がバイプロパーな最小位相系であるとする．このとき，$G(s)$ を内部安定化するプロパーな補償器 $C(s)$ のパラメトリゼーションは，

$$\begin{array}{rcl} C(s) & = & \dfrac{1}{Q(s)} - \dfrac{1}{G(s)} \\ & & \displaystyle\lim_{\omega\to\infty}\left(1+G(j\omega)C(j\omega)\right) \neq 0 \end{array} \tag{3}$$

で与えられる．ただし $Q(s)$ は，バイプロパーな 0 でない漸近安定な実有理関数とする． ■

つぎに，$G(s)$ が真にプロパーなとき，(1) 式の制御系を内部安定化する補償器のパラメトリゼーションを与える．$G(s)$ が真にプロパーなとき，(1) 式の制御系を内部安定化するプロパーな補償器のパラメトリゼーションに関してつぎの定理が成り立つ．

定理 2 $G(s)$ が真にプロパーな最小位相系であると仮定する．このとき，*(1)* 式の制御系が内部安定となるための必要十分条件は，補償器 $C(s)$ が次式のように表されることである．

$$C(s) = \frac{\bar{C}(s)}{1+\bar{C}(s)K(s)} \tag{4}$$
$$\lim_{\omega\to\infty}\left(1+\bar{C}(j\omega)K(j\omega)\right) \neq 0$$

ただし，$\bar{C}(s)$ は，

$$\bar{C}(s) = \frac{1}{\bar{Q}(s)} - \frac{1}{G(s)+K(s)} \tag{5}$$

で与えられる．$K(s)$ は，$G(s)+K(s)$ を最小位相系とするバイプロパーで漸近安定な実有理関数である．また，$\bar{Q}(s)$ はバイプロパーな 0 でない漸近安定な実有理関数とする．∎

注意 2 定理 *2* は，参考文献 *[1, 2]* の結果からは，得られない．なぜなら，参考文献 *[1, 2]* においては，自由パラメータは $Q(s) \in RH_\infty$ であったのに対し，定理 *2* では，自由パラメータは $Q(s) \in RH_\infty$ であることに加え，$Q(s)$ がバイプロパーであることが要求されているからである．□

定理 2 により，参考文献 [6] のパラメトリゼーションから非プロパーな補償器を除外することができ，最小位相系に対するプロパーな安定化補償器の完全なパラメトリゼーションを得ることができた．

つぎに，定理 2 で得られた最小位相系に対するパラメトリゼーションが，前節で指摘した Glaria and Goodwin のパラメトリゼーションの問題点を解決していること，すなわち自由パラメータを用いた制御系設計に有効であることを示す．(4) 式から，(1) 式の制御系の感度関数 $S(s)$ は，

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{1}{1+G(s)C(s)} \\ &= \frac{K(s)+\bar{Q}(s)\dfrac{G(s)}{G(s)+K(s)}}{G(s)+K(s)} \end{aligned} \tag{6}$$

と表される．$G(s)+K(s)$ と $G(s)$ がともに最小位相系であるので，$G(s)/\left(G(s)+K(s)\right)$ は，最小位相推移系となる．$\bar{Q}(s)$ を

$$\bar{Q}(s) = -\frac{K(s)\left(G(s)+K(s)\right)}{G(s)}\tilde{Q}(s) \tag{7}$$

とおく．ただし $\tilde{Q}(s)$ は，$\tilde{Q}(s)/G(s)$ をバイプロパーとする 0 でない漸近安定な実有理関数である．$K(s)$ が漸近安定，$G(s)+K(s)$ が最小位相系，$\tilde{Q}(s)/G(s)$ がバイプロパーであるので，$\bar{Q}(s)$ は漸近安定でバイプロパーな実有理関数となる．このとき，(6) 式の感度関数 $S(s)$ は，

$$\begin{aligned} S(s) &= \frac{1}{1+G(s)C(s)} \\ &= \frac{K(s)}{G(s)+K(s)}\left(1-\tilde{Q}(s)\right) \end{aligned} \tag{8}$$

となる．$\tilde{Q}(s)$ は漸近安定でプロパーであればよいので，$\tilde{Q}(s)$ を用いて感度特性を直接的に指定できる．前節で指摘した，参考文献 [6] の問題点が解決できていることが示された．

4 最小位相系の特徴

ここでは，前節で得られたパラメトリゼーションを用いて，最小位相系に対する制御系の一つの特徴を明らかにする．すなわち，つぎのことが成り立つことを示す．

1. システム $G(s)$ がバイプロパーな場合には，システム $G(s)$ の逆システムを同定することで，すべての内部安定化補償器が設計できる．さらに，すべての 2 自由度制御系も設計できる．
2. システム $G(s)$ が真にプロパーな場合には，$G(s)+K(s)$ を最小位相系とする漸近安定でバイプロパーな $K(s)$ をあらかじめ求めておき，$G(s)+K(s)$ をシステム同定することにより，すべての補償器が設計できる．さらにすべての 2 自由度制御系も設計できる．

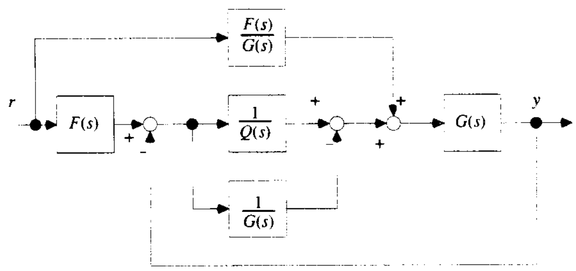

図 1: Control structure for the minimum phase biproper system

まず，$G(s)$ がバイプロパーである場合の安定化制御系の特徴を検討する．参考文献 [13] と定理 1 から，システム $G(s)$ を内部安定化する 2 自由度制御系は，Fig. 1 の構造を持つ．ただし，r は目標入力，$F(s) \in RH_\infty$ である．したがって，$1/G(s)$ をシステム同定することにより，Fig. 1 を内部安定化する補償器のすべてを，自由パラメータ $Q(s)$ を用いて設計することができる．

つぎに，$G(s)$ が真にプロパーである場合の安定化制御系の特徴を検討する．参考文献 [13] と定理 2 から，システム $G(s)$ を内部安定化する 2 自由度制御系のパラメトリゼーションは，Fig. 2 で表される．ただし，$F(s)$ は，$F(s)/G(s)$

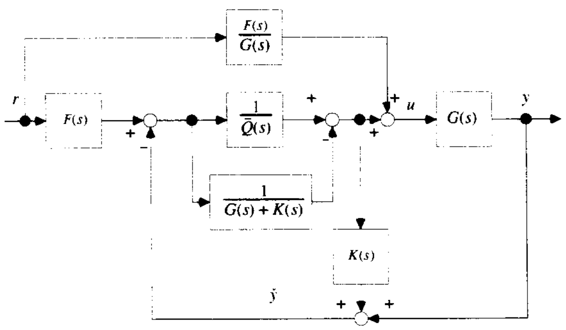

図 2: Control structure for the minimum phase strictly proper system

をプロパーにする漸近安定な実有理関数である．適当な $K(s)$ をもとにして，$1/(G(s)+K(s))$ がシステム同定できたと仮定する．このとき，Fig. 2 から，全ての内部安定化フィードバック補償器は，システム同定された $1/(G(s)+K(s))$ と $\bar{Q}(s)$ を用いて設計できる．

つぎに，$1/(G(s)+K(s))$ がシステム同定できていれば，すべてのフィードフォワード補償器も設計できることを示す。Fig. 2 の u は，

$$u = \frac{F(s)}{G(s)}\frac{K(s)}{G(s)+K(s)}r - \left(\frac{1}{\bar{Q}(s)} - \frac{1}{G(s)+K(s)}\right)\bar{y} \tag{9}$$

と表される．$\bar{F}(s) \in RH_\infty$ とし，$F(s)/G(s)$ を

$$\frac{F(s)}{G(s)} = \frac{\bar{F}(s)}{G(s)+K(s)} \tag{10}$$

とおいたとき，$\frac{\bar{F}(s)}{G(s)+K(s)}$ と $\frac{F(s)}{G(s)}$ が一対一対応する．したがって，(10) 式のようにおいても，フィードフォワード補償器のクラスが狭くなることはない．このとき，(9) 式は，

$$u = \bar{F}(s)K(s)r - \left(\frac{1}{\bar{Q}(s)} - \frac{1}{G(s)+K(s)}\right)\bar{y} \tag{11}$$

となる．(11) 式から，Fig. 2 は Fig. 3 のように等価的に書き直すことができる．以上のことから，$1/(G(s)+K(s))$ がシステム同定できていれば，すべての 2 自由度制御系が設計できることが示された．

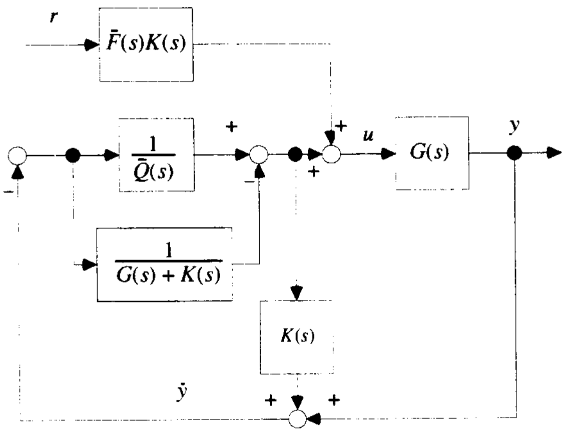

図 3: Control structure for the minimum phase strictly proper system

本節の結果は，参考文献 [1, 2, 3, 5] で検討された安定化補償器のパラメトリゼーションの結果を用いても導出することができず，定理 1，定理 2 の有用性を示している．さらに，本節の結果は，Miyamura and Kimura[14, 15] の逆システムを適応的に同定し制御系設計に用いた手法の妥当性を，システム論的に保証していると解釈できる．

5　あとがき

本稿では，制御対象の特徴と位相情報を積極的に用いたロバスト制御系設計法の高性能化に関して検討した．その中でも特に制御対象の特徴を積極的に用いた制御に関してまとめた．並列補償法と Glaria and Goodwin のパラメトリゼーションを用いることにより，最小位相系に対するプロパーな内部安定化補償器のパラメトリゼーションを与えた．システムと並列に接続する補助的な補償器として，漸近安定で，かつシステムと並列に接続した場合に最小位相となるものを用いることで，完全なパラメトリゼーションが得られた．補助的に用いた並列補償器が必ず存在することを示した．得られたパラメトリゼーションから，最小位相系に対する制御系の一つの特徴を指摘した．すなわち，最小位相系をシステム同定から制御系設計まで行うには，制御対象自身をシステム同定する必要がないことを指摘した．また，逆システムをシステム同定する問題，適応同定する問題の重要性を示唆した．本稿では，本研究で得られた一部の結果のみを記述したが，その他の結果については，参考文献 [18]~[41] を参照いただきたい．

謝辞

本研究に対して多大なご支援をいただきました高柳記念電子科学技術振興財団および感謝のみなさまに心から感謝申し上げます．

参考文献

[1] D.C.Youla, H. Jabr and J.J. Bongiorno,*Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers. Part I*, IEEE Trans. on AC, AC21, (1976), pp.3–13

[2] V.Kucera,*Discrete linear systems, The polynomial equatin approach*, Wiley(1979)

[3] C.A.Desoer, R.W.Liu, J.Murray and R.Saeks,*Feedback system design: The fractional representation approach to analysis and synthesis*, IEEE Trans. on AC, AC25,(1980), pp.399–412

[4] G. Zames, *Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplocative seminorms and approximate inverse*, IEEE Trans. on AC, AC26,(1981), pp.301–320

[5] M.Morari and E.Zafiriou,*Robust Process Control*, Prentice Hall(1989)

[6] J.J. Glaria and G.C. Goodwin,*A parameterization for the class of all stabilizing controllers for linear minimun phase systems*, IEEE Trans. on AC, AC39-2,(1994), pp.433–434

[7] K. Zhou, J.C. Doyle, K.Glover,*Robust and optimal control*,Prentice-Hall(1996)

[8] M. Vidyasagar, *Control System Synthesis–A factorization approach–*, MIT Press(1985)

[9] 岩井，筒井，甲斐，並列フィードフォワード補償を併用した単純適応制御系とその寄生要素に関するロバスト性，計測自動制御学会論文集，**21**-9, (1991), pp.996–1001

[10] 吉川, 杉江, 高周波遮断逆システムとそのサーボ系への一応用, 計測自動制御学会論文集, **18**-8, (1982), pp.792–799

[11] 山田, 渡部, 低域通過逆システムの状態空間法での構成, 計測自動制御学会論文集, **28**-8, (1992), pp.923–930

[12] 山田, 逆システムの構成法と制御への応用, 計測と制御, **36**-6, (1997), pp.417–425

[13] T. Sugie and T. Yoshikawa, *General solution of robust tracking problem in Two-degree-of-freedom control systems*, IEEE Trans. **AC**-31, (1986), pp.552–554

[14] A. Miyamura and H. Kimura, *Synthesis aspecis of cerebellum motor control*, 第 29 回制御理論シンポジウム資料, (2000), pp.191–194

[15] A. Miyamura and H. Kimura, *Synthesis aspecis of cerebellum motor control*, Proc. Mathematical Theory of Networks and Systems'2000(2000)

[16] B.A. Francis and W.M. Wonham, *The internal model principle for linear multivariable regulator*, Applied Mathematics and Optimization, 2-2, (1975), pp.170–194

[17] 山田, 茂木, 相対次数が不確かな最小位相系に対する位相情報を用いたロバスト制御系の設計, 投稿中

本研究に関する発表論文

[18] 山田, 奥山: 最小位相系に対する繰返し制御系のパラメトリゼーション, 計測自動制御学会論文集, Vol.38-4, pp.328-334(2000)
[19] K. Yamada, T. Okuyama: Characterization of all causal internally stabilizing repetitive controllers for minimum phase systems, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.50, pp.193-200(2001)
[20] K. Yamada: A design method for low-sensitivity control for minimum phase systems with uncertain relative degree, Theoretical and Applied Mechanics, Vol.50, pp.201-208(2001)
[21] K. Yamada: A design method of bilateral control of teleoperators with uncertain dynamics of environments, Telematics Applications in Automation and Robotics, pp.19-24(2001)(Pargamon)
[22] K. Yamada: A design method of bilateral control of teleoperators with uncertain communication time-delay, Telematics Applications in Automation and Robotics, pp.13-18(2001)(Pargamon)
[23] 山田, 飯田, 工藤: 環境の動特性が不確かなバイラテラル制御系の一設計法, 機械学会論文集, Vol.68-672(C), pp.2324-2331(2002)
[24] 山田, 茂木: 最小位相系に対する内部安定化補償器のパラメトリゼーションとその特徴, 日本機械学会論文集採録決定
[25] K. Yamada: Control structure of stabilizing controllers for linear minimum phase single-input and single-output systems, Proceedings of the fifth International Symposium on Artificial Life and Robotics, pp.285-288(2000)
[26] K. Yamada, Y. Funami: Relation between saturation and settling time of antiwindup control using left coprime factorization method, Proceedings of the fifth International Symposium on Artificial Life and Robotics, pp.289-292(2000)
[27] K. Yamada: High performance control design for mechanical systems with varying number of unstable poles and large gain perturbation, International Symposium of Mathaematical Theory of Networks and Systems 2000 CD-ROM(2000)
[28] K. Yamada, T. Okuyama: A parameterization for the class of all stabilizing controller for linear minimum phase time-delay systems, Proceedings of the 3rd Asian Control Conference, pp.1293-1298(2000)
[29] K. Yamada, T. Okuyama, Y. Funami: A design method of bilateral control of teleoperators with time-delay, The Sixth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision Conference Proceeding(CD-ROM) (2000)
[30] K. Yamada: A parametrization of all linear observer for the minimum phase systems, Proceedings of the Sinxth International Symposium on Artificial Life and Robotics, Vol.2, pp.452-455(2001)
[31] K. Yamada: A design method of bilateral control of teleoperators with uncertain dynamics of environments, 1st IFAC Conference Telematics Applications in Automation and Robotics Preprints, pp.349-354(2001)
[32] K. Yamada: A design method of bilateral control of teleoperators with uncertain communication time-delay, 1st IFAC Conference Telematics Applications in Automation and Robotics Preprints, pp.289-294(2001)
[33] K. Yamada: A parametrization for the class of all proper stabilizing controllers for the certain class of systems and their control structure, Preprint IFAC Symposium on system structure and control 2001 CD-ROM(2001)
[34] K. Yamada: New Smith predictor control for the time delay systems, Pre-print 6th IFAC Symposium on Dynamics and Control of Process Systems, pp.469-474(2001)
[35] K. Yamada: A parametrization for the class of all proper stabilizing controllers for linear minimum phase systems, Preprints of the 9th IFAC/IFORS/IMACS/IFIP/ Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, pp.578-583(2001)
[36] K. Yamada: Control structure of stabilizing controller for the minimum phase systems and design method of adaptive control systems, Preprints of the 9th IFAC/IFORS/IMACS/IFIP/ Symposium on Large Scale Systems: Theory and Applications, pp.597-602(2001)
[37] K. Yamada, T. Moki: Relation between Model Feedback Control Systems and parameterization of all stabilizing controller, IFAC'02 CD-ROM(2002)
[38] K. Yamada, K. Satoh, T. Okuyama: The parameterization of all stabilizing repetitive controllers for a certain class of non-minimum phase systems, IFAC'02 CD-ROM(2002)
[39] K. Yamada, N. Kudou, N. Iida: A design method of bilateral control of teleoperators-Simultaneous stabilization approach-, Proceedings of the 4th Asian Control Conference, pp.1524–1529(2002)
[40] K. Yamada, K. Satoh, N. Iida, T. Okuyama: Control structure of all stabilizing repetitive controllers for the non-minimum phase systems, Proceedings of the 4th Asian Control Conference, pp.753–758
[41] K. Yamada,N. Iida, N. Kudou: A design of bilateral control for certain class of non-minimum phase time-delay systems-The parametrization approach-,ISIC'02 accepted for publication

ほか投稿中論文 3 編.